**第二章 逻辑代数基础的习题**

**一、基本知识点**

**1、逻辑值：**通常用逻辑“1”表示逻辑“真”， 用逻辑“0”表示逻辑“假”，对应开关电路的“开”和“关”。（称此种对应关系为正逻辑）

**逻辑运算：**与（符号“ • ”）、或（符号“ + ”）、非（符号“ ￣ ”）

**逻辑函数：**描述输入逻辑变量和输出逻辑变量之间的逻辑关系

**2、基本公理和定理**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 名称 | 基本公式 | 对偶式 |
| 交换律 | A+B＝B+A | A•B＝B•A |
| 结合律 | (A+B)+C＝A+(B+C) | (A•B) •C＝A• (B•C) |
| 分配律 | A• (B+C) ＝A•B+ A•C | A+(B•C)＝(A+B) •(A+C) |
| 0―1律 | A+0＝A  A+1＝1 | A•1＝A  A•0＝0 |
| 互补律 | A+＝1 | A•＝0 |
| 以上为公理，逻辑代数必须要满足，即理论基础；以下为定理，即由公理推导出来的 | | |
| 重叠律 | A+A＝A | A•A＝A |
| 吸收律 | A+A•B＝A A+•B＝A+B | A•(A+B)＝A A•(+B)＝A•B |
| 对合律 | ＝ A |  |
| 反演律 | ＝ • | \_\_\_ A•B ＝ + |
| 包含律 | A•B + •C + B•C＝A•B + •C | (A+B) •(+C) • (B+C)  ＝(A+B) •(+C) |

**代入规则：**在某变量出现的位置均代之同一个逻辑函数，则等式仍然成立

**反演规则：**对于任一个逻辑函数F，若将表达式中所有的“ • ”和“ + ”互换，“0”和“1”互换，原变量和反变量互换，并保持运算顺序不变，则可得到函数F的反函数

**对偶规则：**对于任一个逻辑函数F，若将表达式中所有的“ • ”和“ + ”互换，“0”和“1”互换，并保持运算顺序不变，则可得到函数F的对偶函数F’

**3、复合逻辑**

与非逻辑 F ＝\_\_\_\_\_\_\_\_\_ A•B•…

或非逻辑 F ＝\_\_\_\_\_\_\_\_\_ A + B +…

**注意：**根据反演律，**原变量**的**或非**等效于**反变量**的**与**，同样，**原变量**的**与非**等效于**反变量**的**或**，因此一种复合逻辑可以实现三种逻辑，可使逻辑电路更加**规整**

与或非逻辑 F ＝\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ A•B+C•D+… （一种更完备的逻辑形式）

**异或逻辑**和**同或逻辑**

F＝A⊕B＝•B + A• 异或即不带进位的加，A、B取值不同结果为1

F＝A⊙B＝• + A•B 同或即异或后结果再取反，A、B取值相同结果为1

几个常用公式：A⊕B＝ \_\_\_\_\_ A⊙B

A⊕1＝ A⊕0＝A A⊙1＝A A⊙0＝

**4、逻辑表达式的标准形式**

**与**―**或表达式（积之和）** 例如：F（A，B，C）＝•B + A••C + C

**或**―与**表达式（和之积）** 例如：F（A，B，C）＝（+B）•（A++C）•（A+C）

**注意：**以上是两种基本形式，习惯上表达式均要变成上述两种基本形式中的一种

**最小项：**n个变量组成的**与项**中，每个变量均以**原变量**或**反变量**的形式出现，且仅出现一次，则称该与项为n个变量的最小项。记作mi＝1

**最大项：**n个变量组成的**或项**中，每个变量均以**原变量**或**反变量**的形式出现，且仅出现一次，则称该或项为n个变量的最大项。记作Mi＝0

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| A B C | 最小项 | 最大项 |
| 0 0 0 | m0＝•• | M0＝A+B+C |
| 0 0 1 | m1＝••C | M1＝A+B+ |
| 0 1 0 | m2＝•B• | M2＝A++C |
| 0 1 1 | m3＝•B•C | M3＝A++ |
| 1 0 0 | m4＝A•• | M4＝+B+C |
| 1 0 1 | m5＝A••C | M5＝+B+ |
| 1 1 0 | m6＝A•B• | M6＝++C |
| 1 1 1 | m7＝A•B•C | M7＝++ |

**5、逻辑函数的化简**

**代数法化简：**利用公理、定理和规则，消去多余项和多余变量

**卡诺图化简：**利用卡诺图消去多余项和多余变量，即对n个变量进行二维的平面展示

**注意：**不适合变量太多的情况，一般不超过5个变量

**二、相关习题**

**\*\*填空题**

1、逻辑代数有（ ）、（ ）和（ ）3种基本运算。

2、逻辑代数的3条重要规则是指（ ）、（ ）和（ ）。

3、逻辑函数表达式有（ ）和（ ）两种标准形式。

4、由n个变量构成的任何一个最小项有（ ）种变量取值使其值为1，任何一个最大项有（ ）种变量取值使其值为1。

5、相同变量构成的最小项mi和最大项Mi，应满足mi••Mi＝（ ），mi+Mi＝（ ）。

6、逻辑函数F＝A•B + •的反函数＝（ ），对偶函数F’ ＝（ ）。

7、逻辑函数F（A，B，C，D）＝B••+•B +A•B••D +B•C的“最小项之和”形式为F（A，B，C，D）＝∑m（ ）,“最大项之积”形式为F（A，B，C，D）＝∏M（ ）。

• +A•B••D

8、逻辑函数F（A，B，C，D）＝ +B+C•D的“最小项之和”形式为F（A，B，C，D）＝∑m（ ）,“最大项之积”形式为F（A，B，C，D）＝∏M（ ）。

**\*\*选择题（单选）**

1、n个变量可构成（ ）个最大项。

A. n B. 2n C. 2n D. 2n―1

2、标准与或式是由（ ）构成的逻辑表达式。

A. 与项相或 B. 最小项相或 C. 最大项相与 D. 或项相与

3、逻辑函数F＝A⊕B和G＝A⊙B，则下列关系不满足的是（ ）。

A. F＝ B. F’ ＝G C. F’ ＝ D. F＝G⊕1

4、逻辑函数F（A，B，C）＝∑m（1，2，3，4，7），下列等价表示不正确的是（ ）。

A. F＝∏M（0，5，6） B. F＝A⊕B⊕C

C. F＝A⊕B⊕C +•B D. F＝A⊕B⊕C +B•C

5、若逻辑函数F（A，B，C）＝∑m（1，2，3，6），G（A，B，C）＝∑m（0，2，3，4，5，7），则F和G相与的结果为（ ）。

A. m2+ m3+m7 B. 1 C. •B D. 0

6、下列描述不成立的是（ ）。

A. 若A +B≠A+C，则B≠C B. 若A •B≠A•C，则B≠C

C. 若A +B＝A+C，则B＝C D. 若A +B＝A•C，则B＝C

**\*\*证明题**

1、A + C + B ＝（A + B + C）

2、A•＝A + A C + A B

3、A B + A + B + ＝ 1

4、A B + ＝

**\*\*化简题**（通常化为与或式）

1、F＝A B + C + B C

2、F＝（A + B + C）（ + B）（A + B + ）（C + D）

3、F（A，B，C，D）＝∑m（2，3，4，5，10，11，12，13）

4、F（A，B，C，D）＝∏M（1，5，6，7，11，12，13，15）

**三、习题参考答案**

**\*\*填空题**

1、逻辑代数有（ 与 ）、（ 或 ）和（ 非 ）3种基本运算。

2、逻辑代数的3条重要规则是指（ 代入规则 ）、（ 反演规则 ）和（ 对偶规则 ）。

3、逻辑函数表达式有（ 标准与或式 ）和（ 标准或与式 ）两种标准形式。

4、由n个变量构成的任何一个最小项有（ 1 ）种变量取值使其值为1，任何一个最大项有（ 2n―1 ）种变量取值使其值为1。

5、相同变量构成的最小项mi和最大项Mi，应满足mi••Mi＝（ 0 ），mi+Mi＝（ 1 ）。

6、逻辑函数F＝A•B + •的反函数＝（•B + A•），对偶函数F’ ＝（•B + A•）。

**注意：异或**和**同或，即互为反函数，也互为对偶函数。**

7、逻辑函数F（A，B，C，D）＝B••+•B +A•B••D +B•C的“最小项之和”形式为F（A，B，C，D）＝∑m（4，5，6，7，12，13，14，15）,“最大项之积”形式为F（A，B，C，D）＝∏M（0，1，2，3，8，9，10，11）。

• +A•B••D

8、逻辑函数F（A，B，C，D）＝ +B+C•D的“最小项之和”形式为F（A，B，C，D）＝∑m（3—15）,“最大项之积”形式为F（A，B，C，D）＝∏M（0，1，2）。

**\*\*选择题（单选）**

1、n个变量可构成（ C ）个最大项。

A. n B. 2n C. 2n D. 2n―1

2、标准与或式是由（ B ）构成的逻辑表达式。

A. 与项相或 B. 最小项相或 C. 最大项相与 D. 或项相与

3、逻辑函数F＝A⊕B和G＝A⊙B，则下列关系不满足的是（ C ）。

A. F＝ B. F’ ＝G C. F’ ＝ D. F＝G⊕1

4、逻辑函数F（A，B，C）＝∑m（1，2，3，4，7），下列等价表示不正确的是（ B ）。

A. F＝∏M（0，5，6） B. F＝A⊕B⊕C

C. F＝A⊕B⊕C +•B D. F＝A⊕B⊕C +B•C

5、若逻辑函数F（A，B，C）＝∑m（1，2，3，6），G（A，B，C）＝∑m（0，2，3，4，5，7），则F和G相与的结果为（ C ）。

A. m2+ m3+m7 B. 1 C. •B D. 0

6、下列描述不成立的是（ C ）。

A. 若A +B≠A+C，则B≠C B. 若A •B≠A•C，则B≠C

C. 若A +B＝A+C，则B＝C D. 若A +B＝A•B，则A＝B

**\*\*证明题**

1、A + C + B ＝（A + B + C）

从右开始 （A + B + C）＝（ + + ）（A + B + C）

＝ A + B + C + A + B + C + A + B + C

＝ B + C + A + C + A + B

＝A + C + B //等式左边

+ C + B + A //利用包含律，两两组合可消去此行

// 例如 A + C + C＝A + C

2、A•＝A + A C + A B

从左开始A•＝A•（ + + ）

＝A + A + A

＝A （C + ）+ A （B + ）

＝A C + A + A B + A //消去最后一个相同的A

3、A B + A + B + ＝ 1

从左开始 A B + A + B + ＝A•（B + ）+ •（B + ）

＝A+

＝ 1

4、A B + ＝

从左开始 A B + ＝A B + •

＝A B• + A B + •

＝A B•（ + ）+ •

＝A B• + • //合并，上式得证

**\*\*化简题**

1、F＝A B + C + B C

采用卡诺图模式，卡诺图如下：

AB

C

1

1

1

1

00

01

11

10

0

1

所以，F＝A B + C

2、F＝（A + B + C）（ + B）（A + B + ）（C + D）

＝ + A + C+

的卡诺图如下左图所示，则F的卡诺图如下右图所示

AB

CD

1

1

1

1

1

1

00

01

11

10

00

01

11

10

AB

CD

1

1

1

1

1

1

1

1

1

1

00

01

11

10

00

01

11

10

所以，F＝B D + B C

3、F（A，B，C，D）＝∑m（2，3，4，5，10，11，12，13）

卡诺图如右图所示：

AB

CD

1

1

1

1

1

1

1

1

00

01

11

10

00

01

11

10

所以，F＝B + C

4、F（A，B，C，D）＝∏M（1，5，6，7，11，12，13，15）

逻辑函数等效为F（A，B，C，D）＝∑m（0，2，3，4，8，9，10，14）

卡诺图如下图所示：

AB

CD

1

1

1

1

1

1

1

1

00

01

11

10

00

01

11

10

所以，F＝ + A + C + A C